

ÜBUNGEN IN ELEKTRODYNAMIK (FS '13) – Nr. 6

1. Auf den vier Eckpunkten eines Quadrats befinden sich die Punktladungen q_1, q_2, q_3, q_4 . Diese Ladungsverteilung soll neutral sein. Wähle diese Ladungen nun so, dass
 - (i) das Dipolmoment verschwindet,
 - (ii) das Quadrupolmoment verschwindet.

Was ist die Bedingung für das gleichzeitige Verschwinden beider Momente?

2. Bestimme das Quadrupolmoment eines dreiachsigen Ellipsoides mit den Halbachsen a, b, c , das im Inneren eine homogene Ladungsdichte besitzt.

Hinweis: drücke das Quadrupolmoment zunächst in kartesischen Koordinaten aus und transformiere dann das Ellipsoid auf eine entsprechende Kugel.

Die benötigten Kugelfunktionen sind hierbei gegeben durch:

$$Y_{20} = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \vartheta - \frac{1}{2} \right)$$

$$Y_{2\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \vartheta \cos \vartheta e^{\pm i\varphi}, \quad Y_{22} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \vartheta e^{2i\varphi}$$

3. Berechne die Kapazität aller ausgearteten Grenzfälle eines dreiachsigen Ellipsoids (verlängertes Rotationsellipsoid, abgeplattetes Rotationsellipsoid, Kreisscheibe, Kugel, Draht).
4. Berechne das Feld eines aufgeladenen elliptischen Zylinders (Halbachsen a und b). Verwende dabei die Methode der analytischen Funktionen und betrachte hierzu die Funktion $f(z) = \cosh z$. Drücke das Endergebnis auch in elliptischen Koordinaten aus.